ΘΕΜΑ Α

Α.1

Σχολικό Βιβλίο σελίδα 31

Α.2

α) Λάθος

β) Σωστό

γ) Σωστό

Α.3

α) $\left(x^{\rho}\right)' = \rho \cdot x^{\rho-1}$

β) $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

γ) $\bar{x} = \dfrac{x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \ldots + x_\nu \cdot w_\nu}{w_1 + w_2 + \ldots + w_\nu}$

ΘΕΜΑ Β

Β.1

Για τα $x \neq 1$

$$\frac{x^2+x-2}{x-1} = \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = x+2 \quad (1)$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1} \overset{(1)}{=} \lim_{x\to 1}(x+2) = 3 \text{ άρα } \kappa = 3$$

Β.2

Οι βαθμοί του φοιτητή είναι:

4, 3, 5, 6, 7, 4, 6, 5, 6, 4 **ή** 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7

$$\bar{x} = \frac{3+3\cdot 4+2\cdot 5+3\cdot 6+7}{10} = \frac{50}{10} = 5 \text{ άρα } \bar{x} = 5$$

Β.3

$$s^2 = \frac{1}{10}\left[(3-5)^2+(4-5)^2\cdot 3+(5-5)^2\cdot 2+(6-5)^2\cdot 3+(7-5)^2\right] =$$

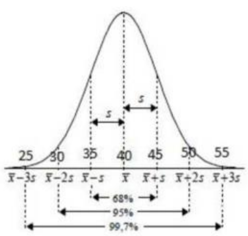
$$= \frac{1}{10}(4+3+0+3+4) = \frac{14}{10}$$

άρα $s^2 = \frac{14}{10} = 1,4$

Β.4 $s^2 = 1,4$ άρα $s = \sqrt{1,4}$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{1,4}}{5} = \frac{1,18}{5} = 0,236 = 23,6\%$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Αφού οι ηλικίες των εργαζομένων ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή και το 50% των εργαζομένων έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 40 ετών άρα : $\bar{x} = 40$

Γ2. Εφόσον το 16% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη των 35 ετών τότε θα είναι :

$$\bar{x} - s = 35 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 40 - s = 35$$
$$\Leftrightarrow -s = 35 - 40$$
$$\Leftrightarrow s = 5$$

Γ3. Ηλικία μεγαλύτερη των 45 ετών έχει το 16% των 400 εργαζομένων , οπότε : $\frac{16}{100} \cdot 400 = 64$ εργαζόμενοι

Γ4. Το ποσοστό των εργαζομένων με ηλικία μεγαλύτερη των 30 ετών και μικρότερη των 45 ετών είναι το 68% + 13,5% = 81,5% επομένως οι εργαζόμενοι θα είναι : $\frac{81,5}{100} \cdot 400 = 81,5 \cdot 4 = 326$ εργαζόμενοι.

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1

Η f παραγωγίζεται ως πολυωνυμική στο $\Re$ με

$$f'(x)=\left(-\frac{1}{3}x^3+2x^2-3x+1\right)'=-\frac{1}{3}3x^2+2\cdot 2x-3=-x^2+4x-3=-\left(x^2-4x+3\right)$$

Άρα

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$		↘	T.E.	↗	T.M.	↘	

Η f είναι γνησίως αύξουσα:

- γνησίως αύξουσα στο $(-\infty,1]$
- γνησίως φθίνουσα στο $[1,3]$
- γνησίως αύξουσα στο $[3,+\infty)$

Δ2.

- Στο $x=1$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο, αφού $f'(x)<0$ στο $(-\infty,1)$ και $f'(x)>0$ στο $(1,3)$, το $f(1)=-\frac{1}{3}1^3+2\cdot 1^2-3\cdot 1+1=-\frac{1}{3}+2-3+1=-\frac{1}{3}$

• Στο $x=3$ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο, αφού $f'(x)>0$ στο $(1,3)$ και $f'(x)<0$ στο $(3,+\infty)$, το $f(3)=-\frac{1}{3}3^3+2\cdot3^2-3\cdot3+1=-3^2+18-9+1=1$.

Δ3.

Η ευθεία $y=x+2017$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda=1$

Αφού η ζητούμενη εφαπτόμενη είναι παράλληλή της θα έχει τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης.
Αν $M(x_0,f(x_0))$ το σημείο επαφής της εφαπτομένης ε με την C_f θα ισχύει

$$\lambda=1=f'(x_0)\Leftrightarrow 1=-\left(x_0^2-4x_0+3\right)\Leftrightarrow x_0^2-4x_0+3=-1\Leftrightarrow$$
$$x_0^2-4x_0+4=0\Leftrightarrow x_0^2-2\cdot2x_0+2^2=0\Leftrightarrow(x_0-2)^2=0\Leftrightarrow x_0=2$$

Αφού το τριώνυμο $x_0^2-4x_0+4$ έχει $\Delta=(-4)^2-4\backslash$

Οπότε το σημείο επαφής είναι το $M(2,f(2))=M\left(2,\frac{1}{3}\right)$

Αφού $f(2)=-\frac{1}{3}2^3+2\cdot2^2-3\cdot2+1=-\frac{8}{3}+8-6+1=-\frac{8}{3}+3=-\frac{8}{3}+\frac{9}{3}=\frac{1}{3}$

Δ4.

$$f(x)=-\frac{1}{3}x^3+2x^2-3x+1$$
$$f'(x)=-x^2+4x-3$$
$$f''(x)=-2x+4$$

$$M_1,M_2,M_3,M_4\in C_{f''}\text{ άρα }\begin{array}{l}y_1=-2x_1+4\\y_2=-2x_2+4\\y_3=-2x_3+4\\y_4=-2x_4+4\\y_5=-2x_5+4\end{array}$$

Τα y_i με $i=1,2,\ldots,5$ προκύπτουν ως εξής:

αρχικά κάθε x_i με $i=1,2,\ldots,5$ πολλαπλασιάζεται με -2 οπότε οι νέες παρατηρήσεις γίνονται

$$z_i=-2x_i \text{ με } i=1,2,\ldots,5$$

οπότε λόγω εφαρμογής σχολικού βιβλίου έχουν τυπική απόκλιση

$$s_z=|-2|\cdot s_x=2\cdot3=6$$

Στη συνέχεια, σε κάθε z_i προστίθεται το 4 άρα οι παρατηρήσεις γίνονται

$$y_i=z_i+4 \text{ με } i=1,2,\ldots,5$$

οπότε λόγω εφαρμογής σχολικού βιβλίου έχουν τυπική απόκλιση

$$s_y=s_z=6$$